Informe Sobre el Plan de Estudios

de las Carreras de

Matemática, Estadística y Computación

elaborado por el Dr. Alan Sokal, Profesor de Matemática y Física, Courant Institute of Mathematical Sciences y Department of Physics, Universidad de Nueva York

1 noviembre 1987

CONTENIDO

1. INTRODUCCION

En agosto y septiembre de 1986 tuve el honor de trabajar en la Facultad de Ciencias de la UNAN—Managua, como miembro de una delegación de TecNica. Los responsables de la Facultad (William Genet, Aníbal Fonseca y otros) me pidieron que me informara sobre el estado de la enseñanza en Matemática, Estadística y Computación y que les ofreciera mis sugerencias sobre los planes de estudios y los métodos de enseñanza en estas carreras.

En agosto del presente año tuve la oportunidad de volver a trabajar en la UNAN, esta vez dando clases en Matemática (1° y 4° años) y Estadística (3° año) y reanudando mis observaciones de clases y mis conversaciones con estudiantes, profesores y administradores.

Encontré en la UNAN una voluntad excepcional de trabajo y sacrificio: los estudiantes y profesores están dispuestos a trabajar largas horas para superar las dificultades impuestas por la agresión imperialista (escasez de recursos, problemas de transporte, etc.) e impulsar el desarrollo científico del país. Sin embargo, esta voluntad no está logrando los resultados deseados: hay altas tasas de deserción y de reprobados; muchos de los aprobados no han conseguido la solidez de conocimientos que necesitarán en su futuro trabajo profesional; y estos dos hechos están empzando a incidir muy negativamente en el ánimo de los estudiantes y docentes.

Evidentemente estas dificultades graves (sobre todo la deserción) se deben en gran parte a factores ajenos a la Universidad. Pero hay dos causas claves que se encuentran dentro de la Universidad, y que a mi juicio exigen urgentes medidas correctivas:

1) *Un plan de estudios irrealista.* Los actuales planes de estudios de Matemática, Estadística y Computación están extramadamente sobrecargados. Por un lado, hay un gran número de asignaturas avanzadas — en total mucho más que una Maestría en mí país — que serán, en general, de poca utilidad en el futuro trabajo profesional del alumno. Este hecho impone, por otro lado, una enseñanza demasiado rápida de las asignaturas fundamentales (Matemática Básica, Cálculo I-IV, Ecuaciones Diferenciales, etc.) que sí serán imprescindibles para su trabajo. El resultado es que el alumno no logra dominar ni las materias básicas ni, por supuesto, las materias avanzadas.

2) *Métodos de enseñanza heredados del pasado.* Debo subrayar que esta dificultad no es universal: he visto profesores muy buenos que han logrado la participación activa de sus alumnos en el proceso educativo. Sin embargo, es demasiado frecuente el profesor que dicta, frase por frase, el libro de texto (o folleto) a sus alumnos, quienes a su vez copían y memorizan. Los resultados son previsibles: muchos alumnos pierden interés; hay altas tasas de reprobados; y la mayoría de los aprobados no saben aplicar sus supuestos conocimientos para resolver problemas prácticos.

En este informe expongo en detalle estos problemas, junto con mis sugerencias para su superación.

Evidentemente este informe no pretende ser un estudio riguroso o completo de la Carrera de Matemática en la UNAN. Más bien recoge las observaciones, reacciones y recomendaciones de un profesor de matemática extranjero, basadas en dos meses de conversaciones con profesores y estudiantes, observaciones de clases, y examinación del Plan de Estudios. Además, muchas de estas observaciones no son nuevas, sino que confirman las inquietudes expresadas a mí por diversos profesores y administradores de la UNAN. En todo caso espero que estas modestas sugerencias les puedan ser útiles en el proceso continuo de perfeccionamiento curricular.

Pero estoy consciente también del peligro que representaría para Nicaragua el seguir todas las recomendaciones — a menudo incompatibles entre sí — de los muchos asesores extranjeros, cada uno tendiendo a recomendar el sistema que se usa en su país y que le es familiar. Por lo tanto he procurado exponer aquí no solamente mis recomendaciones sino también el razonamiento detrás de ellas; Uds. los nicarag"uenses decidirán en qué medida estas recomendaciones pueden ser útiles en la situación real del país.

En este informe hablaré principalmente de la carrera de Matemática, pero las mismas observaciones y recomendaciones valen también para los primeros dos o tres años de Estadística y Computación, ya que muchas de las asignaturas son comunes a las tres carreras.

2. PLAN DE ESTUDIOS: METODOLOGIA GENERAL

A mi parecer el plan de estudios debe surgir de las respuestas a las siguientes dos preguntas:

1. Qué necesita el país ahora y en el futuro? Para qué pueden servir los matemáticos?

   Las respuestas a estas preguntas determinarán los *resultados* deseados al terminar la carrera, o sea, el conjunto de *conocimientos* y *hábitos de pensar* que el estudiante deberá haber adquirido.

2. Qué saben nuestros alumnos al comenzar la carrera? (En realidad, no en teoría!)

   La respuesta a esta pregunta determinará el *punto de partida* de la carrera.

El plan de estudios debe, pues, *interpolar* entre el punto de partida que es nuestra realidad, y los resultados que deseamos.

Comentarios

A. El estudiante no dejará de aprender en el momento en que salga de la universidad. Al contrario, el desarrollo de la Revolución nicarag"uense, tanto como de la Ciencia mundial, exigen que el profesional esté siempre preparado a ampliar y profundizar sus conocimientos tanto teóricos como prácticos. Por lo tanto, no es necesario (ni siquiera es posible!) enseñarle durante los 5 años de la carrera todos los conocimientos que necesitará a lo largo de su vida profesional. Más importante es el ayudarle a desarrollar los *hábitos de pensar* que le servirán para afrontar nuevos problemas y adquirir nuevos conocimientos en un futuro imprevisible.

B. Los conocimientos de nuestros alumnos al comenzar la carrera pueden ser sensiblemente inferiores a lo que se concibe tradicionalmente como el principio de la carrera universitaria. Esto se debe fundamentalmente a dos causas:

   i. *La democratización de la Universidad.* Uno de los grandes logros de la Revolucíon nicarag"uense ha sido la apertura del sistema educativo, incluso la Universidad, a todo el pueblo nicarag"uense, especialmente las clases obrera y campesina. Estos estudiantes tendrán en general un nivel de motivación y de capacidad intelectual igual o hasta superior a los estudiantes de clase media y alta, pero en muchos casos sufrirán de una débil preparación secundaria. Esto no es, a mi parecer, motivo para lamentar sino para celebrar. Pero requerirá adaptaciones profundas en el plan de estudios y eventualmente en otros aspectos de la carrera (horarios, número de años, métodos de enseñanza, etc.).

   ii. *Dificultades en la enseñanza secundaria.* Por diversas razones — falta de recursos económicos, falta de maestros calificados (sobre todo en Ciencias), etc. — la enseñanza secundaria puede estar experimentando dificultades graves que dejan a los alumnos egresados sin los conocimientos y hábitos de estudiar adecuados. A corto plazo, esto es un hecho lamentable pero incambiable: tenemos que adaptar el plan de estudios a los conocimientos que nuestros alumnos ingresados realmente poseen. A mediano plazo este problema se solucionará con la formación de jóvenes maestros calificados y con el desarrollo económico del país.

C. La respuesta a la primera pregunta — qué necesita Nicaragua de sus matemáticos? — no es nada fácil, y Uds. los nicarag"uenses sabrán contestarla mucho mejor que yo, mediante investigaciones detalladas de la realidad nicarag"uense llevadas a cabo junto con los varios organismos científicos y técnicos del país. Pero quizás vale la pena resumir algunas de las posibles respuestas que han surgido de mis conversaciones con los docentes y administradores de la UNAN:

i. matemáticos para aserorar a científicos, ingenieros, economistas, etc.

ii. matemáticos para impartir clases a los futuros científicos, ingenieros, economistas, maestros de secundaria, etc.

iii. los hábitos de razonamiento de un matemático pueden ser útiles en diversas situaciones [aquí conviene precisar cuáles]

iv. en un futuro más lejano (pero tal vez no tan lejano), un número probablemente pequeño de matemáticos podrán hacer investigación en la matemática pura o aplicada [esto requerirá ciertos recursos económicos, p. ej. para libros y revistas]

De estas necesidades del país, sobresale la segunda, dada la escasez grave de personal docente calificado en todas las ramas de la Ciencia, incluso la Matemática. Es, pues, una prioridad urgente la formación de jóvenes matemáticos capacitados para impartir clases a los futuros científicos, ingenieros, economistas, maestros de secundaria, etc. Se deducen las siguientes consecuencias para el plan de estudios:

a. El alumno debe adquirir un **conocimiento amplio** de las distintas ramas de la matemática y de las interrelaciones entre ellas. En profundidad este conocimiento debe superar sensiblemente el nivel de las clases que va a impartir, pero *no necesariamente de manera desmesurada*.

b. El alumno debe adquirir un conocimiento amplio de las diversas **aplicaciones** de la matemática, p. ej. en física, electrónica, ingeniería civil, computación, estadística, economía, etc., para poder relacionar el contenido de las clases que va a impartir con las necesidades de sus futuros alumnos.

c. Sin embargo, sería un error (a mi parecer) exagerar en lo que "necesita" un país pobre como Nicaragua comparado con un país rico. La belleza de la matemática tiene un indudable valor cultural para la humanidad, tanto en los paises pobres como en los paises llamados "desarrollados". Si el Análisis Funcional, por ejemplo, es una teoría intelectualmente bella, sería injusto privárselo al estudiante nicarag"uense por el mero hecho de que ha nacido en Nicaragua y no en EE.UU. o Alemania. Sólo sugiero que la matemática pura no puede ser el enfoque *central* de la carrera. En el plan de estudios aquí recomendado, los estudiantes de 4° año recibirán cursos de matemática pura tanto como aplicada, y los de 5° año podrán eligir asignaturas optativas de la matemática pura y/o aplicada.*

---

*Cabe notar que la actual carrera de Física refleja un equilibrio más sano (a mi juicio) entre teoría y aplicaciones: los primeros tres años están dedicados a proporcionar una base sólida en las ramas fundamentales de la física y algunas de sus aplicaciones (p. ej. electrónica), mientras que en los años cuarto y quinto el alumno se concentra en Geofísica o en Física de Estado Solido, dos ramas de física aplicada de evidente importancia para Nicaragua.

d. Sería útil que el alumno adquiriese, durante la carrera, alguna **experiencia pedagógica** (p. ej. como alumno-ayudante), supervisado por profesores de reconocido talento y experiencia pedagógicos. Sería también útil organizar un seminario de alumnos-ayudantes, dirigido por un profesor, para intercambiar ideas sobre las dificultades pedagógicas y sus soluciones. Estos trabajos deben ser una parte integral de la carrera, y recibir crédito como tal.

3. ALGUNOS PRINCIPIOS PEDAGOGICOS GENERALES (Y SUS CONSECUENCIAS PARA EL PLAN DE ESTUDIOS)

1. Cada asignatura (o parte de ella) debe girar en torno de *un solo concepto clave*. Este concepto debe ser explicado en términos de los conceptos que el alumno ya ha asimilado en sus cursos anteriores.

2. Ningún concepto debe ser introducido sin una *motivación* suficiente. En general esto quiere decir que el nuevo concepto debe servir para resolver algún problema natural e importante que el alumno es capaz de plantear, pero no de resolver, con sus conocimientos anteriores. Normalmente el profesor comenzará planteando este problema, y luego pasará a explicar el nuevo concepto que permite su resolución.

Ejemplos

A. Las dificultades que han surgido en años pasados en la asignatura de Cálculo I (o Análisis Matemático I en la carrera de Estadística) se deben, a mi opinión, a las siguientes factores:

   i. Se exige que al alumno aprenda a la vez:

      — la construcción rigurosa de los números reales

      — el concepto de límite

      — el concepto de demostración rigurosa

   y este último en el contexto de los difíciles temas de números reales y límites que el alumno aún está luchando por comprender.

   ii. Estos temas son introducidos sin la menor motivación: el alumno no sabe para qué sirven. (Es como enseñar los fundamentos químicos de la fabricación de ladrillos antes de explicar que sirven para construir casas!) La motivación natural de estos conceptos es, por supuesto, el Cálculo Diferencial e Integral. Por lo tanto, los problemas típicos del Cálculo deben ser planteados cuanto antes, a raiz de lo cual los alumnos apreciarán la necesidad de un estudio más profundo del concepto de límite.

   En el plan de estudios recomendado aquí, estas dificultades se resuelven de la siguiente manera:

   — El concepto de *límite* es presentado, en un nivel intuitivo, en la segunda mitad de la asignatura Introducción al Cálculo. Viene motivado por problemas sencillos de sumación de series, computación numérica de raices, y cálculo de áreas y de velocidad instantánea.

   — Los conceptos de *derivada* e *integral* y sus aplicaciones son el enfoque central de la asignatura Cálculo I. Vienen motivados por diversos problemas de física, geometría, economía, etc.

— El *estudio riguroso* de los números reales, la continuidad, etc. se aplaza hasta la asignatura Análisis Matemático I. Entonces el alumno, con unos conocimientos sólidos del Cálculo, podrá apreciar los fundamentos rigurosos del mismo.

Estos temas pedagógicos aparecen tratados también en el Prólogo al libro de S. Lang, *Cálculo I* (México: Fondo Educativo Interamericano, 1976).

B. Unas dificultades semejantes surgen en otras asignaturas:

— En Matemática Básica, se explican en detalle las técnicas del álgebra antes de explicar qué clases de problemas cotidianos, físicos, económicos, etc. el álgebra es capaz de resolver (y la aritmética por sí misma no es capaz de resolver).

— Se enseñan en detalle la Geometría Analítica de vectores y el Algebra Lineal antes de que el alumno pueda apreciar su utilidad, ya que su aplicacion más importante es al Cálculo de Varias Variables (Cálculo III y IV) y a las Ecuaciones Diferenciales lineales.

3. Se deduce de lo anteriormente dicho que *el orden lógico no es necesariamente el orden pedagógico*. Por ejemplo, el desarrollo lógico del Cálculo sigue el camino siguiente:

— lógica formal
— teoría axiomática de conjuntos
— números naturales
— números racionales
— números reales (y su aritmética, álgebra, etc.)
— límites
— continuidad
— derivada, integral, ...

Pero sería un error desastroso el empezar el primer año de la carrera de Matemática con un curso riguroso de Lógica Matemática y Teoría Axiomática de Conjuntos! (En teoría se llegaría a $1 + 1 = 2$ a principios del segundo año, y a derivada e integral a mediados del tercer año. En la práctica, sin embargo, no se llegaría nunca a derivada e integral ni a $1 + 1 = 2$, pues los alumnos no entenderían nada.) También sería un error — como se ha comprobado en la UNAN en años recientes — el empezar el Cálculo con el estudio riguroso de los números reales. Todo lo contrario: a mi juicio, la enseñanza del Cálculo debe empezar con los problemas geométricos y físicos que motivan el concepto de derivada. Esto motiva a su vez un estudio muy breve de límites (las principales propiedades de límites son muy intuitivas y no se debe dilatar en ellas). Más tarde, en el cuarto año, el alumno estará preparado para un estudio riguroso de números reales, límites, continuidad, etc. junto con los elementos de la teoría de conjuntos infinitos — siempre dentro del cuadro de la lógica "informal" y la teoría de conjuntos "ingenua". Finalmente, en el quinto año o en estudios pos-grados, los alumnos interesados en los fundamentos de la matemática podrán estudiar la Lógica Matemática y la Teoría Axiomática de Conjuntos. (Merece señalarse que en este caso, como en muchos otros, el orden pedagógico coincide con el orden *histórico* del desarrollo de la Matemática, pues las dificultades mentales que los alumnos encuentran en sus estudios son precisamente las mismas dificultades que encontraron los grandes matemáticos del pasado.)

De manera semejante, el Algebra Abstracta (grupos, anillos, campos) precede lógicamente al Algebra Lineal (espacios vectoriales), por tratar de estructuras más básicas. Sin embargo, a mi juicio el orden pedagógico es el inverso: empezar con los problemas de geometría analítica y Cálculo de varias variables que motivan el concepto de espacio vectorial (siempre sobre el campo real o complejo); luego, después de un año de Algebra Lineal, empezar el estudio de Algebra Abstracta. Evidentemente se *podría* estudiar la teoría de grupos antes del Algebra Lineal, pero carecería de motivación, ya que el ejemplo principal de un grupo no conmutativo es el grupo de matrices (o transformaciones lineales) inversibles.

En estos dos ejemplos, una materia A precede lógicamente a otra materia B, por ser más fundamental o general; mientras que pedagógicamente B debe ser enseñada antes de A, ya que B proporciona la motivación y los ejemplos concretos detrás de las abstracciones de A.

Hay también casos en que una materia A precede lógicamente a otra materia B, mientras que la mejor estrategia pedagógica es enseñarlas *simultáneamente*, pues las dos materias se iluminan mutuamente. Hay numerosos ejemplos de tales parejas felices:

A	**B**
Cálculo I (derivada, integral)	Física I (mecánica newtoniana)
Cálculo II (métodos de integración)	Cálculo de Probabilidad (distribuciones de probabilidad continuas)
Algebra Lineal	Cálculo III y IV (cálculo de varias variables, análisis vectorial)
Algebra Lineal	Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (ecuaciones diferenciales lineales)
Algebra Lineal	Análisis Numérico II (álgebra lineal numérica)
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	Análisis Numérico I (solución numérica de EDO)

En la confección del plan de estudios recomendado aquí, se ha intentado aprovechar estas parejas felices.

4. LA IMPORTANCIA DE LA "MATEMATICA BASICA" (Y EL 1° AÑO DE LA CARRERA)

Estoy de acuerdo con las observaciones de los compañeros de Managua y León en su documento sobre los objetivos de la Matemática Básica. Sólo quiero enfatizar la importancia de la Matemática Básica: *de esta asignatura dependen todas las demás*. Si el alumno no llega a dominar perfectamente el contenido de la Matemática Básica, todas las demás asignaturas serán un *desperdicio completo*.

Déjenme ilustrar este punto con una anécdota: Para informarme más a fondo sobre la situación en las carreras de Matemática, Estadística y Ciencias de Computación, asistí a varias clases en estas disciplinas. En una clase práctica de Cálculo III para estudiantes de Estadística, me dí cuenta de que de los cuatro alumnos que me rodeaban, tres sufrían de confusiones graves acerca de las ideas más básicas del Algebra, y uno de estos tenía dificultades serias hasta con la Aritmética. En conversaciones ulteriores con varios profesores se me ha asegurado que éste no era un caso aislado, sino que es más bien típico. No obstante, estos alumnos supuestamente están aprendiendo el Cálculo de Varias Variables. Quién le está engañando a quién?

A mi juicio una gran parte de la culpa de esta situación se puede achacar a una enseñanza excesivamente rápida y mecánica de la Matemática Básica. El apurar en esta asignatura significa una economía a corto plazo y un desperdicio 10 veces mayor a mediano plazo, tanto en recursos materiales y docentes como en los esfuerzos de los propios alumnos. A mi opinión es imprescindible darles a los alumnos el tiempo que necesiten para adquirir unos conocimientos sólidos de la matemática básica, tanto como para desarrollar los hábitos de pensar que necesitarán en las asignaturas posteriores. **La experiencia demuestra, tanto en Nicaragua como en otros paises*, que esto no se puede hacer en un solo semestre.** Por lo tanto, en el plan de estudios aquí recomendado, la Matemática Básica Integrada del 1° semestre (20 horas) viene completada en el 2° semestre por la Introducción al Cálculo (20 horas), cuyo propósito es completar los conocimientos de álgebra y geometría analítica y dar una introducción intuitiva a las ideas claves del Cálculo.

También quisiera hacer las siguientes sugerencias referentes a estas asignaturas del 1° año:

1. Las clases deben ser pequeñas: sugeriría un máximo de 15 (ó 25 si el profesor tiene un alumno-ayudante), si esto es factible dentro de la situación en que se encuentra el país.

2. La mayor parte del tiempo (por lo menos 70%) debe ser utilizada en clases prácticas, sobre todo en el 1° semestre. La organización de estas clases prácticas debe ser flexible: en particular, se debe intentar conseguir que los alumnos se ayuden unos a otros, fomentando así un espíritu de solidaridad y trabajo colectivo tanto como un mejor aprendizaje de la matemática.

   Valiosos experimentos pedagógicos en este sentido están siendo llevados a cabo por el Prof. Edgard Romero en la UNAN-Managua. En su método, las conferencias son completamente suprimidas: la clase es un "laboratorio" donde los alumnos trabajan sobre folletos elaborados por el profesor, desarrollando *ellos mismos* la teoría y sus aplicaciones. Los resultados del primer año de este experimento han sido muy positivos: los alumnos de esta clase han logrado no sólo un mejor aprendizaje de la matemática (comparado con sus compañeros en clases tradicionales), sino sobre todo una madurez y una voluntad de trabajo excepcionales. Recomiendo que se realicen esfuerzos urgentes para capacitar a otros profesores a impartir este tipo de clase, para que sea extendido cuanto antes a todos los estudiantes de 1° año en la Facultad de Ciencias.

3. Se deben asignar a las asignaturas de 1° año los profesores con mayor experiencia y/o talento pedagógicos.

4. Los profesores de estas asignaturas deben ser organizados en equipos, dirigidos por un profesor de experiencia, que se reúnen cada semana para intercambiar ideas, dificultades y posibles soluciones.

5. Los alumnos más destacados y con mayor talento pedagogico deben ser contratados como alumnos-ayudantes para los años siguientes.

5. ALGUNAS SUGERENCIAS SOBRE LOS METODOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA

---

*Conviene recordar que la gran mayoría de universidades en EE.UU. tienen 3 ó hasta 4 semsetres de asignaturas previas al Cálculo, para los estudiantes que los necesiten. (P. ej. en mi universidad hay 3.) Esto es el resultado de una evolución de los últimos 20 años, impulsada por causas muy semejantes (aunque evidentemente dentro de un sistema social muy distinto) a las que se dan en Nicaragua: democratización de la Universidad, y dificultades en la enseñanza secundaria. Si bien es cierto que en Europa Occidental y Oriental el punto de partida de la carrera universitaria es mucho más alto, también es necesario recordar que la situación allí es muy distinta: hay en general una fuerte selectividad para entrar en la Universidad, y la enseñanza secundaria es enormemente más eficaz y avanzada que en EE.UU. o Nicaragua. Por lo tanto puede resultar muy perjudicial para Nicaragua la adopción ciega de las recomendaciones de asesores extranjeros (yo mismo incluido!): es necesario un estudio cuidadoso para determinar si el modelo recomendado corresponde o no a la realidad nicarag"uense.

1. Se debe evitar a todos costos el estilo de enseñanza "catecista", en el cual el profesor dicta definiciones y teoremas y los alumnos los apuntan y luego los memorizan. Me parece evidente que este estilo tradicional de enseñanza no concuerda ni con la ideología democrática y crítica de la Revolución, ni con la naturaleza racional y científica de la Matemática. Más bien el profesor debe intentar en cada momento involucrar a los alumnos en el proceso de *razonamiento* y, si es posible, de *descubrimiento* de la Matemática. Esta enseñanza "participativa" responde no sólo a fines ideológicos sino también a los prácticos, pues sólo el alumno que haya adquirido los hábitos de pensar y razonar será capaz de aplicar sus conocimientos en las situaciones nuevas e imprevisibles que se presentarán en su futuro trabajo profesional.

2. En la primera clase del semestre se debe dedicar un período considerable (media hora o más) a dar una visión global de la asignatura: cuál es su contenido, qué clase de problemas se propone resolver, cuáles son las ideas claves y cuáles son secundarias, etc.

3. No se debe introducir un *concepto abstracto* (p. ej. "campo", "espacio vectorial", etc.) sin haber dado anteriormente por lo menos dos ejemplos concretos del mismo — pues para qué sirve una abstracción si no es para unificar por lo menos dos casos concretos de un mismo fenómeno? También sería útil dar uno o dos ejemplos de sistemas semejantes que *no* cumplen las propiedades requisitas, y esto preferiblemente en forma de preguntas para comprobar la comprensión de los alumnos. (Los números naturales forman un campo? No? Por qué? Y los enteros? etc.)

4. Con cada *generalización* conviene dar — o mejor, pedir de los alumnos — un ejemplo concreto, para comprobar y fortalecer la comprensión de los alumnos. Por ejemplo, en una clase a la cual asistí, los alumnos recitaron "si una desigualdad se multiplica o se divide por un número negativo, cambia de sentido", como si hubieran aprendido la frase de memoria; me pregunto cuántos de ellos se dieron cuenta de que se refiere al hecho que $3 < 4$ mientras que $-3 > -4$. El continuo exigir de *ejemplos* y *contra-ejemplos* fortalece la comprensión.

5. En general, y sobre todo en las asignaturas básicas (Matemática Básica, Cálculo, Algebra Lineal), se debe evitar la abstracción algebráica cuando no tiene inmediata utilidad práctica. Además, en muchos casos esta abstracción no es nada más que un lenguaje seudo-sofisticado ("ley de composición interna") con el cual se adorna un concepto relativamente trivial.

6. Cada asignatura, desde la Matemática Básica a través del Cálculo hasta el Algebra Abstracta, debe proporcionar un equilibrio sano entre la matemática pura y las diversas aplicaciones de la misma (en física, biología, economía, ingeniería, etc.). Por una parte, un conocimiento amplio de la matemática aplicada es un requisito imprescindible para el futuro matemático nicarag"uense. Por otra parte, el estudio de las aplicaciones fortalece la comprensión de la teoría pura.

7. El desarrollo y la mejora de los métodos de enseñanza, tanto como la capacitación pedagógica del personal docente, deben ser una tarea consciente, permanente, colectiva y de alta prioridad. Sugiero que los profesores de cada asignatura o grupo de asignaturas (p. ej. todas las asignaturas de 1° año, de 2° año, etc.) se organicen en seminarios pedagógicos con las siguientes características:

   a) Cada profesor dedicaría 1 ó 2 horas semanalmente a observar la clase de algún colega (preferentemente un colega distinto cada semana), para sacar nuevas ideas pedagógicas, ofrecer sugerencias y críticas constructivas, etc.

   b) El seminario se reuniría 1 ó 2 horas semanalmente para compartir experiencias sobre el desarrollo del curso, las dificultades pedagógicas y sus posibles soluciones, etc. tanto como para ofrecer sugerencias y críticas constructivas sobre la enseñanza de los colegas reunidos.

c) Estas obligaciones deben ser consideradas como una tarea seria y de alta prioridad.

d) Sería útil que los alumnos-ayudantes también participasen en estos seminarios, para acelerar y fortalecer su capacitación pedagógica.

Se puede prever cierta resistencia a esta idea por parte de algunos de los profesores, quienes a menudo se sienten inseguros de sí mismos y procurarían evitar la crítica de sus colegas. Es necesario, pues, subrayar que el propósito de este seminario no es juzgar a los docentes sino ayudarlos todos a mejorar la calidad de su trabajo. Enfatizo una vez más que la capacitación y superación de los docentes y futuros docentes es la base clave sobre la cual depende todo el porvenir matemático y científico del país.

8. Se debe fomentar la participación activa de los alumnos en el proceso de mejora de los métodos de enseñanza. Sugeriría, entre otros, que se les proporcionaran dos oportunidades formales — una a mediados del semestre, otra a su conclusión — para evaluar la enseñanza de cada profesor y ofrecerle sugerencias y críticas constructivas. Esta evaluación puede ser escrita y también oral.

Plan de Estudios (Propuesta)
Carrera de Matemática

I Año

I Semestre		II Semestre	
Matemática Básica Integrada	20 h.	Introducción al Cálculo	20 h.
Idioma Extranjero I	6 h.	Idioma Extranjero II	6 h.
Educación Física I	2 h.	Educación Física II	2 h.
		Historia de la R.P.S.	4 h.
	28 h.		32 h.

II Año

III Semestre		IV Semestre	
Cálculo I	14 h.	Cálculo II	8 h.
Computación I	6 h.	Computación II	6 h.
Física I	6 h.	Física II	6 h.
Filosofía I	4 h.	Cálculo de Probabilidad	6 h.
		Filosofía II	4 h.
	30 h.		30 h.

III Año

V Semestre		VI Semestre	
Cálculo III	8 h.	Cálculo IV	8 h.
Algebra Lineal I	6 h.	Algebra Lineal II	6 h.
Ecuaciones Diferenciales Ordinarias	6 h.	Ecuaciones Diferenciales Parciales	6 h.
Análisis Numérico I	6 h.	Análisis Numérico II	6 h.
Economía Política I	4 h.	Economía Política II	4 h.
	30 h.		30 h.

IV Año

VII Semestre		VIII Semestre	
Variable Compleja I	8 h.	Variable Compleja II	8 h.
Análisis Matemático I	6 h.	Analísis Matemático II	6 h.
Algebra Abstracta I	6 h.	Algebra Abstracta II	6 h.
Programación Matemática	6 h.	Métodos Matemáticos de la Física I	6 h.
Alumno-Ayudante/ Seminario de Pedagogía de la Mat.	6 h.	Alumno-Ayudante/ Seminario de Pedagogía de la Mat.	6 h.
	32 h.		32 h.

V Año

IX Semestre		X Semestre	
asignaturas optativas (eligir 4):		Monografía (seminario, exámen de grado)	
Análisis Matemático III	6 h.		
Algebra Abstracta III	6 h.	Técnicas de Investigación Científica	4 h.
Métodos Mat. de la Física II	6 h.		
Topología	6 h.	asignaturas optativas (eligir 1):	
Geometria Diferencial	6 h.	Análisis Funcional	6 h.
Fundamentos de la Matemática	6 h.	Cálculo de Probabilidad Avanzado	6 h.
Historia de la Matemática	6 h.	Cálculo Variacional	6 h.
Alumno-Ayudante/		Alumno-Ayudante/	
Seminario de Pedagogía de la Mat.	6 h.	Seminario de Pedagogía de la Mat.	6 h.
	30 h.		

Notas sobre el Plan de Estudios Propuesto

1. Los planes detallados de Matemática Básica Integrada e Introducción al Cálculo se encuentran abajo, junto con un resumen de Cálculo I-IV y Análisis Matemático I-III.

2. El propósito fundamental e imprescindible del primer año es que el alumno adquiera un conocimiento **sólido** de todos los prerequisitos para el Cálculo, y que empiece a adquirir los hábitos de pensar que se denominan **"madurez matemática"**. Aquí el primer año está, pues, completamente dedicado a un curso fuerte de Algebra y Pre-Cálculo, basado en el método "laboratorio" desarrollado por el Prof. E. Romero. A mi juicio, el tiempo *mínimo* de trabajo para lograr los resultados deseados es de 4 horas cada día (20 horas por semana) durante dos semestres. Pero conviene notar que los actuales alumnos del Prof. Romero están pasando un promedio de aproximadamente 5-6 horas diarias (25-30 horas por semana) en el aula, lo que refleja la madurez lograda por estos alumnos y también las dificultades de estudiar en casa.

3. La Filosofía — una asignatura difícil, con el mayor número de reprobados de todas las asignaturas de primer año — es aquí aplazada al segundo año (como en el actual plan de estudios de Computación). Esto permitirá que alumno de primer año se concentre en sus asignaturas fundamentales de Matemática, y que aborde la Filosofía con mayor preparación y madurez intelectuales.

4. La actual asignatura de Estadística Introductoria (descriptiva) es de poca importancia para los estudiantes de Matemática. Estas 6 horas se pueden aprovechar mejor dedicándose al estudio del Cálculo. Conviene notar que aquí la asignatura de Cálculo I es algo más fuerte que en el plan actual, ya que los alumnos habrán adquirido una base más sólida en el primer año.

5. La Física (sobre todo la mecánica newtoniana) es íntimamente ligada con el Cálculo, tanto histórica como pedagógicamente, y el estudio simultáneo de estas dos materias enriquece la comprensión de ambas. Esto ayuda también a que el alumno se familiarice cuanto antes con algunas de las aplicaciones del Cálculo. Por lo tanto, estas dos materias se enseñan aquí en segundo ano. (Las nociones elementales de análisis vectorial que se necesitarán en Física II pueden ser enseñadas sin dificultad dentro de esta asignatura, y en efecto motivarán su posterior estudio detallado en Cálculo III y IV.)

6. Como he explicado anteriormente, es un error (a mi juicio) enseñar el Algebra Lineal en el segundo año, antes de que el alumno pueda apreciar su utilidad. Su motivación, y su aplicación más importante, es el Cálculo de Varias Variables y las Ecuaciones Diferenciales lineales, y por lo tanto debe ser enseñada simultáneamente con estas materias. Además, el estudio del Algebra Lineal se enriquece con el estudio simultáneo del Algebra Lineal Numérica, lo que es uno de los temas claves del Análisis Numérico II.

7. El actual plan de estudios está extramadamente sobrecargado en el tercer año, donde el alumno tiene *cinco* asignaturas simultáneas de matemática y física (además de H.R.P.S.). Con tantas asignaturas distintas, el alumno no puede concentrarse en *ninguna* de ellas. Además, a mi juicio es imprescindible que alumno adquiera un conocimiento sólido del Cálculo de una y varias variables (Cálculo I-IV) *antes* de empezar el estudio riguroso del mismo (Análisis Matemático I y II). Por estas dos razones, el Análisis Matemático es aquí aplazado al cuarto año. Por razones semejantes, el Algebra Abstracta es aquí aplazada al cuarto año (o sea, empezando en el VII Semestre en vez del VI), para que el alumno adquiera primero un conocimiento sólido del Algebra Lineal tanto como los hábitos de razonamiento abstracto que van unidos con él.
8. Dos semestres de Ecuaciones Diferenciales Parciales probablemente no son necesarios, ya que una gran parte de Métodos Matemáticos de la Física I y II se dedica también a ellas.
9. Dada la gran importancia de la teoría de Funciones de Una Variable Compleja en las aplicaciones avanzadas del Cálculo, el tiempo dedicado a estas asignaturas es incrementado de 6 a 8 horas.
10. Como he indicado anteriormente, es de suma importancia que el alumno adquiera experiencia pedagógica como alumno-ayudante, normalmente comenzando en su cuarto año. Sugiero también que los alumnos-ayudantes participen en un seminario de Pedagogía Matemática (reuniéndose una vez cada semana por 1-2 horas, por ejemplo), dirigido por un profesor de reconocido talento pedagógico, para platicar sobre las dificultades que hayan encontrado en su trabajo docente y sus posibles soluciones. Estas tareas son de una importancia igual o mayor a la de cualquier otra asignatura de la carrera, y requerirán un trabajo sensiblemente mayor (probablemente de 10 horas por semana). Por lo tanto estas tareas deben ser reconocidas explícitamente en la carrera y recibir crédito como tal.
11. La falta de personal docente calificado es un obstáculo serio para el funcionamiento adecuado de las asignaturas avanzadas. (El problema es más grave aún en el plan de estudios actual, con su sobrecargo de asignaturas avanzadas.) Propongo, pues, que al principio del año los profesores se reúnan con los alumnos de quinto año para eligir las asignaturas de este curso, de entre de las opciones arriba señaladas, según la disponibilidad de docentes calificados, y dentro de esta limitación según los intereses de los alumnos.
12. Los primeros tres años de este plan valen también para la carrera de Estadística, con los siguientes cambios:

    III Semestre: Estadística Introductoria en vez de Física I

    IV Semestre: ?????????????? en vez de Física II

    V Semestre: Cálculo de Probabilidad II en vez de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

    VI Semestre: Inferencia Estadística I en vez de Ecuaciones Diferenciales Parciales

    Los años cuarto y quinto de las dos carreras serían, sin embargo, completamente distintos.

Contenido Detallado de las Asignaturas del Primer Año

Este plan para el primer año de las carreras de Matemática, Estadística y Computación está basado en el curso desarrollado por el Prof. Edgard Romero en la UNAN—Managua, y comprende dos asignaturas: Matemática Básica Integrada (20 horas) en el I Semestre, y Introducción al Cálculo (20 horas) en el II Semestre. Sus objetivos son idénticos a los actuales objetivos de la Matemática Básica, con los matices siguientes:

— Se insiste en una comprensión completa de los procedimientos matemáticos y no el mero manejo mecánico de los mismos.

— Se da a los alumnos el tiempo que requieran para lograr tal comprensión.

— El enfoque central del primer semestre es la traducción al lenguaje matemático de problemas prácticos planteados en palabras, y vice versa.

— El álgebra se introduce sobre todo como una herramienta para la resolución de problemas prácticos.

— Otro enfoque central es el desarrollo cuidadoso de los hábitos de razonamiento lógico.

— En la segunda mitad del segundo semestre se introducen, en forma intuitiva, los conceptos fundamentales del Cálculo y se da una visión global del mismo.

— Insistimos en que sólo un programa de **2 semestres** es adecuado para la realización de los objetivos expuestos.

I Semestre: Matemática Básica Integrada (20 horas)

I. Aritmética (4 semanas)

1. Sistemas de enumeración, potencias de 10
2. Aritmética de números naturales

   — Algoritmo de adición
   — Algoritmo de substracción
   — Algoritmo de multiplicación $\Rightarrow$ ley distributiva
   — Algoritmo de división

3. Papel de las paréntesis
4. Aritmética de fracciones positivas

   — Adición de fracciones teniendo denominador común
   — Multiplicación y división de fracciones
   — Formación de denominador común
   — Adición de fracciones en general

5. Decimales
6. Porcentajes (y aplicaciones)
7. Números negativos

   — Números enteros negativos
   — Otros números negativos (incluyendo porcentajes negativos)

8. Exponentes y Notación Exponencial

— Calculadora $1234567 \times 7654321 = ?$ $\Rightarrow$ Notación exponencial
— Exponentes enteros positivos y sus reglas
— Exponente cero
— Exponentes enteros negativos (y verificar reglas)

9. Raices

— Raíz cuadrada (calcular expansión decimal de $\sqrt{2}$, etc.)
— Otras raices

10. Recta real (representación geométrica de los números reales)

II. Algebra (5 semanas)

1. Introducción al Algebra

— Cómo traducir problema oral en ecuación
— Cuáles son las reglas para resolver la ecuación

2. Variables, expresiones

— Estrategia para problemas orales: escribir expresiones; hallar igualdad; resolver ecuación; comprobar solución

3. Reglas del Algebra

— Principios de igualdad
— Leyes conmutativa y asociativa
— Ley distributiva

4. Ecuaciones lineales (y aplicaciones)
5. Ecuaciones cuadráticas por factorización

— Principio $AB = 0$ $(A = 0$
— Factorización de polinomios cuadráticos
— Resolución de ecuaciones cuadráticas por factorización

6. Más Factorización

— Productos especiales $(a \pm b)^2$, $a^2 - b^2$
— Polinomios sencillos de orden superior

7. Ecuaciones cuadráticas por método de "completar el cuadrado"

— Casos concretos (motivados por necesidad: factores son dificiles de adivinar, o son irracionales)
— Caso general $\Rightarrow$ fórmula cuadrática
— Polinomios sencillos de orden superior

8. Sistemas de ecuaciones lineales (y aplicaciones)
9. Sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticas
10. Desigualdades

— Informalmente
— Representación gráfica en la recta real
— Reglas de desigualdad (axiomas de orden)

11. Desigualdades lineales (y aplicaciones)

12. Desigualdades cuadráticas
13. Desigualdades con funciones racionales (con tratamiento cuidadoso de los casos)

III. Geometría Analítica (4 semanas)

1. Geometría euclidea (fragmentos)

    — Introducción histórica
    — Fundamentos: conceptos de definición, axioma, teorema
    — Definiciones y axiomas principales
    — Algunos teoremas necesarios

2. Construcciones
3. Coordenadas cartesianas
4. Rectas (y ecuaciones lineales)
5. Círculos (y sus ecuaciones)
6. Parábolas (y sus ecuaciones)
7. Intersección de rectas (y sistemas de ecuaciones lineales)
8. Intersección de rectas con círculos o parábolas (y sistemas de ecuaciones lineales y cuadráticas)
9. Desigualdades lineales y su representación gráfica
10. Desigualdades cuadráticas y su representación gráfica

IV. Funciones (2 semanas)

1. Idea de función ("máquina"), Gráfica de una función

    — Polinomios (todos los casos posibles)
    — Funciones racionales
    — Funciones algebráicas
    — Funciones extrañas (escalera, etc.)
    — Relaciones que no son funciones

2. Propiedades cualitativas de las gráficas

    — Crecimiento, decrecimiento (y su interpretación); aplicaciones
    — Convexidad, concavidad (y su interpretación); aplicaciones

3. Dominio, rango
4. Composición de funciones
5. Función inversa

    — Función cuadrática y raíz cuadrada

II Semestre: Introducción al Cálculo (20 horas)

I. Funciones Exponencial y Logarítmica (2 semanas)

- — Exponentes racionales
- — Exponentes reales (intuitivamente)
- — Función exponencial (base arbitraria) y sus propiedades
- — Función logarítmica (base arbitraria) y sus propiedades

II. Funciones Trigonométricas (3 semanas)

- — Semejanza de triángulos
- — Trigonometría de triángulos
- — Funciones trigonométricas definidas en el círculo unidad, y sus gráficas
- — Identidades trigonométricas
- — Funciones trigonométricas inversas

III. Aplicación: Area del Círculo (1 semana)

- — Demostración que $A = \pi r^2$
- — Cálculo numérico de cotas inferiores y superiores para π
  (método de Arquímedes)

IV. Más Cónicas (1 semana)

- — Repaso de parábola y círculo
- — Elipse
- — Hipérbola

V. Coordenadas Polares (1 semana) [optativo]

- — Coordenadas polares y su uso
- — Aplicación: Rotación de ejes cartesianos

VI. Números Complejos (2 semanas) [optativo]

- — Motivación
- — Definición
- — Multiplicación de números complejos
- — División de números complejos
- — Ecuaciones cuadráticas con raices complejas
- — Forma polar $r(\cos\theta + i \operatorname{sen}\theta)$
- — Multiplicación y división en forma polar
- — Raíz cuadrada en forma polar

VII. Introducción a los Conceptos del Cálculo (5 semanas)

1. Sumación de Series Aritmética y Geométrica Finitas
   - — Serie aritmética finita
   - — Serie geométrica finita
2. Límites I: Sumación de serie geométrica infinita
   - — "Paradoja" de Zenón
   - — Serie geométrica infinita
   - — Concepto de límite

3. Límites II: Cálculo númerico de $\sqrt{2}$

   — $\sqrt{2}$ con calculadora de mano (cotas inferiores y superiores)
   — Límite = $\sqrt{2}$
   — Demostración que $\sqrt{2}$ no es racional
   — Concepto de número real (por intervalos encajados)

4. Límites III: Area del triángulo

   — Area de triángulo por aproximación rectangular
   (aplicación de $\sum n$)

5. Límites IV: Area bajo parábola

   — Cotas inferiores y superiores por método de Arquímedes
   ($\Rightarrow$ conjeturar $\frac{1}{3}$)
   — Area bajo parábola por aproximación rectangular
   (aplicación de $\sum n^2$)

6. Límites V: El número e

   — Fórmula de interés compuesto $P\,(1 + \frac{r}{n})^n$
   — Interés continuamente compuesto ($n \to \infty$)
   — El número $e = \lim_{n \to \infty} (1 + \frac{1}{n})^n$

7. Límites VI: Velocidad instantánea

   — Velocidad promedia y velocidad instantánea
   — Ejemplo: Objeto en caída libre

Contenido de Algunas Asignaturas (Resumen Breve)

Cálculo I: Derivada y sus aplicaciones (a la geometría, física, economía, etc.). Introducción al desarrollo de Taylor. Integral y sus aplicaciones.

Cálculo II: Funciones exponencial y logarítmica. Ecuaciones diferenciales ordinarias $dx/dt = ax + b$ y aplicaciones (a la física, economía, biología, etc.). Funciones trigonométricas y aplicaciones a la física. Métodos de integración. Series de Taylor. Series numéricas.

Cálculo III: Vectores. Cálculo de curvas parametrizadas. Cálculo diferencial de varias variables: derivadas parciales, gradiente y aplicaciones. Integración múltiple. Introducción al análisis vectorial.

Cálculo IV: Algebra de vectores (productos escalar y vectorial). Análisis vectorial diferencial (gradiente, divergencia, rotacional). Integrales de línea y de superficie. Teorema fundamental del cálculo, teorema de Stokes, teorema de divergencia. Cálculo diferencial de funciones de varias variables en el lenguaje del álgebra lineal. Series de Fourier.

Análisis Matemático I: Introducción a la teoría de conjuntos infinitos (cardinalidad, conjuntos numerables y no numerables). Números reales (desarrollo riguroso). Análisis en $\mathbf{R}$, $\mathbf{R}^n$ **(conjuntos abiertos y cerrados, Heine-Borel, Bolzano-Weierstrass, etc.). Espacios métricos (y ejemplos). Límites, continuidad. Compacidad.**

Análisis Matemático II: Diferenciación de funciones $\mathbf{R}^m \to \mathbf{R}^n$. **Integración Riemann y Riemann-Stieltjes. Sucesiones y series de funciones.**

Análisis Matemático III: Integración de Lebesgue. Series e integrales de Fourier.